

Mario Piazza

UN CONFRONTO TRA DUE DIVERSE SEMANTICHE TARSKIANE
PER LA LOGICA LINEARE

Riassunto

In questo articolo si analizzano due forme di semantica tarskiana per la logica lineare: la *semantica delle fasi* e la *semantica dei quantali*. La semantica delle fasi è la semantica delle formule per la logica lineare più nota e studiata nella letteratura a partire dal fondamentale articolo di Girard del 1987 [6]. La più recente semantica dei quantali [13] sfrutta strutture molto interessanti, i *quantali*, che sono strutture algebriche, ma nello stesso tempo *gratuitamente* topologiche.

Principale obiettivo di questo articolo è confrontare da un punto di vista logico e metodologico la semantica delle fasi e la semantica dei quantali, mostrando come quest'ultima semantica sia preferibile alla prima sotto diversi punti di vista. Più in generale questo studio può offrire un assioma di lavoro valido per ogni semantica delle formule: una genuina semantica non deve essere semplicemente un sistema di riscrittura (*rewrite-system*).

La semantica delle fasi sembra invece essere una riscrittura algebrica di proprietà sintattiche lineari, e la riscrittura appare con maggiore evidenza quando questa semantica interpreta gli esponenziali “?” e “!” utilizzando strutture *ad hoc*, dal sapore topologico e per nulla intuitive come gli spazi toplineari. In sostanza la semantica delle fasi è una semantica a forte allusività interna che facilmente si sovrappone alla sintassi piuttosto che assegnare ad essa un significato matematico realmente nuovo.

Di contro, la semantica dei quantali, del tutto indipendente dal calcolo, offre un *setting* semantico comune in cui immergere sia i connettivi che gli esponenziali lineari; inoltre rispetto alla semantica delle fasi, essa è maggiormente interessante da un punto di vista matematico poiché i quantali hanno molte utili applicazioni, ad esempio nelle C^* -algebre non commutative o nella teoria ideale degli anelli; in *theoretical computer science*, considerati come Petri-nets, i quantali rivestono un ruolo importante in *process semantics*.

Da ultimo la semantica dei quantali rispetto alla semantica delle fasi offre un modello più adatto e naturale per sorvegliare dall'alto l'esplosione combinatoria della sintassi.